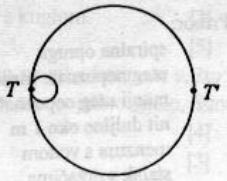
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2000. – 3. grupa

Zadatak 1 (15 bodova)

Na ravnoj i vrlo velikoj plohi miruju kugla polumjera r i prsten polumjera R, jednakih masa m. Kugla dodiruje prsten s unutarnje strane u točki T. Neka na prsten djeluje s vanjske strane u točki T' impuls p usmjeren prema središtu prstena. Točke T i T' zatvaraju sa središtem prstena puni kut. Odredite naknadno gibanje kugle i prstena. Odredite srednju brzinu kugle.

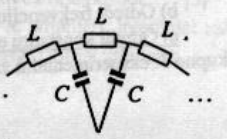


Zadatak 2 (15 bodova)

Široka posuda napunjena je nepoznatom tekućinom u kojoj brzina zvuka iznosi 1500 m/s. S površine tekućine pusti se kuglica koje pada stalnom brzinom od 10 m/s. Uz površinu tekućine nalazi se primopredajnik zvuka, koji emitira zvuk frekvencije 500 Hz okomito prema dolje. Koje sve frekvencije registrira primopredajnik dok kuglica pada?

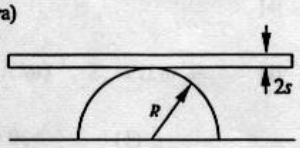
Zadatak 3 (20 bodova)

Titrajni krug čini N jednakih idealnih zavojnica induktiviteta L i N jednakih kondenzatora kapaciteta C. Zavojnice su spojene jedna za drugu u zatvorenu petlju. Svim kondenzatorima jedan je kraj zajedno spojen, dok je drugi kraj spojen između dvije zavojnice. Svaki kondenzator je spojen između različitog para zavojnica. Pokažite da se opisani titrajni krug može dobiti spajanjem N jednakih gradivnih jedinica. Odredite njegove vlastite frekvencije odgovarajući redom na sljedeća pitanja: Da li su amplitude struja kroz zavojnice međusobno jednake? Da li su amplitude naboja na kondenzatorima jednake? Pretpostavite da se struje u susjednim zavojnicama razlikuju za stalnu fazu φ, te da se struje u susjednim kondenzatorima razlikuju za istu stalnu fazu φ. Koje vrijednosti može poprimiti φ? Kolika je fazna razlika između struje kroz kondenzator i jednu od susjednih zavojnica? Kako frekvencija vlastitih titraja ovisi o φ?



Zadatak 4 (20 bodova)

Homogena greda, kvadratnog poprečnog presjeka stranice $2s$, miruje na nepomičnom tijelu poprečnog presjeka polukruga polumjera R. Težište grede se nalazi točno iznad vrha tijela Dulje stranice grede paralelene su ravninama poprečnih presjeka tijela. Moment tromosti grede oko osi kroz težište paralelnoj krajevima grede je I. Gredu se lagano zatitra. Odredite period malih titraja grede. Koji uvjet mora zadovoljavati njihova amplituda? Faktor trenja između grede i tijela je znatno manji od 1.



Državno natjecanje iz fizike 2000 – 3. grupa
Rješenja zadataka

Zadatak 1 (15 bodova)

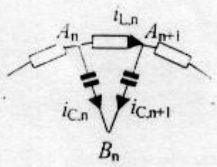
Nakon djelovanja impulsa, prsten se giba brzinom $v=p/m$ do sudara s kuglom. [3]
Nakon sudara s kuglom prsten miruje, a kugla se giba brzinom v, [5]
sve do udara u stijenku prstena. Nakon toga kugla miruje, a prsten se giba brzinom v, što je početna situacija. Dakle, osim za trajanja sudara, uvijek se giba samo jedno tijelo, istom brzinom v. [4]
Srednja brzina kugle, određena za cijeli broj perioda gibanja, je $v/2$. [3]

Zadatak 2 (15 bodova)

Zvučni val reflektiran od nepomičnog dna posude registira se na frekvenciji f=500 Hz, [2]
a zvučni val reflektiran s gornje strane kuglice na frekvenciji $f_1=f(1-v/c)/(1+v/c)$=493 Hz. [5]
Zvučni val koji se prvo reflektira na dnu posude, zatim na donjoj strani kuglice, pa opet na dnu posude, registriran je na frekvenciji $f_2= f(1+v/c)/(1-v/c)$=507 Hz; [5]
Registrira se i niz valova s višestrukim refleksijama između dna kuglice i dna posude. [3]
Napomena: Intenzitet valova koji su reflektirani od kuglice znatno je smanjen. Intenzitet vala registriranog na frekvenciji f_1 pada, a onog registriranog na frekvenciji f_2 raste u vremenu.

Zadatak 3 (20 bodova)

Gradivne jedinice se sastoje od jednog kondenzatora i jedne zavojnice. Numeriramo ih indeksom n=1……N. [3]
Zbog simetrije su amplitude svih struja kroz kondenzatore istog iznosa, npr. i_C. Slično su amplitude svih struja kroz zavojnice istog iznosa, npr. i_L. [3]



Ako je φ fazna razlika struje između bilo koje dvije susjedne gradivne jedinice, vrijedi

$i_{C,n} = i_C \sin(\omega t + n\varphi)$, $i_{L,n} = i_L \sin(\omega t + n\varphi + \psi)$. [4]

Kirchoffova pravila za čvor A_n i petlju $A_nB_nA_{n+1}$ daju

$i_{L,n} + i_{C,n} - i_{L,n-1}$, $Z_L (i_{C,n+1} - i_{C,n}) + Z_L i_{L,n} = 0$ uz $Z_C = (iC\omega)^{-1}$, $Z_L = iL\omega$. [4]

Nakon uvrštavanja se dobiva

$2i_L \sin(\varphi/2)\cos(\omega t + n\varphi + \psi - \varphi/2) + i_C \sin(\omega t + n\varphi) = 0$, (1)

$2i_C \sin(\varphi/2)\cos(\omega t + n\varphi + \varphi/2) - LC\omega^2 i_L \sin(\omega t + n\varphi + \psi) = 0$. (2) [2]

Relacije (1) i (2) vrijede za svaki t uz $\varphi/2-\psi=\pi/2$, [2]

što vodi na $-i_C/i_L = 2\sin(\varphi/2) = LC\omega^2/[2\sin(\varphi/2)]$, tj. $\omega = (2/\sqrt{LC})\sin(\varphi/2)$. [1]

Zbog cikličnosti strujnog kruga mora biti $N\varphi = 2k\pi$, tj. $\omega_k = \frac{2}{\sqrt{LC}} \sin\frac{k\pi}{N}$. [1]

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2000. - 3. grupa
Eksperimentalni zadatak

ODREĐIVANJE KARAKTERISTIKE TITRAJNOG SUSTAVA

Pribor:

spiralna opruga
uteg nepoznate mase, m
manji uteg nepoznate mase
nit duljine oko 1 m
menzura s vodom
stalak s držačima
mjerna traka (ravnalo)

Zadatak:

Odredi isključivo zadanim priborom frekvenciju titranja opruge s većim utegom i konstantu elastičnosti opruge.

a) Objasni postupak i izvedi potrebne relacije za izvršenje zadatka (14 bodova)
b) Odredi frekvenciju opruge s većim utegom (6 bodova)
c) Odredi konstantu elastičnosti opruge (10 bodova)

Ukupno 3. eksperimentalni zadatak: 30 bodova

Zadatak 4 (20 bodova)

Greda rotira oko trenutnog dirališta sa tijelom u točki P uz moment tromosti oko osi rotacije jednak $I_p = I + m(x^2 + s^2)$. [3]

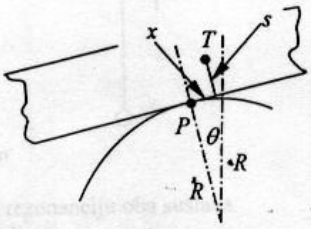
Zbog malih kutova vrijedi $x \approx l = Rtg\theta \approx R\theta$, $d = (R - s)\sin\theta \approx (R - s)\theta$. [4]

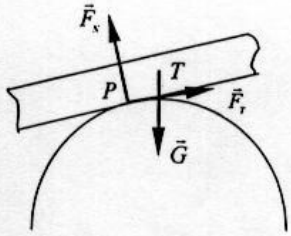
Jednadžba rotiranja oko točke P je $[I + m(s^2 + R^2\theta^2)]a_\theta = -mg(R - s)\theta$, (*) [4]

uz kutnu akceleraciju opisane rotacije grede a_θ. Rotacija vodi na mala titranja ako je u svakom trenutku rezultantna sila usmjerena prema početnom položaju, tj. ako vrijediti $F_N x - F_T s > 0$ pa je uvjet na kutnu amplitudu u radijanima $\theta_{max} < \mu s / R << s / R$. (**) [5]

Kombiniranjem (*) i (**) dolazi se do $[I + ms^2]a_\theta + mg(R - s)\theta = 0$. [3]

Period malih titraja je $T = 2\pi\sqrt{(I + ms^2)/[mg(R - s)]}$. [1]

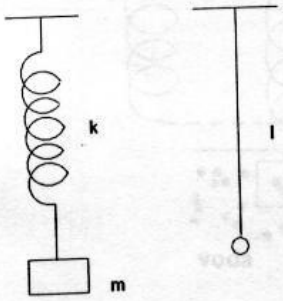




DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2000. - 3. grupa
Rješenje eksperimentalnog zadataka

ODREĐIVANJE KARAKTERISTIKE TITRAJNOG SUSTAVA

Zadanim sredstvima mogu se načiniti dva titrajna sustava, opruga s utegom i matematičko njihalo.



a) Dovesti u rezonanciju oba sustava.
Tada vrijedi:

$$T_{opruge}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = T_{njihala}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow$$

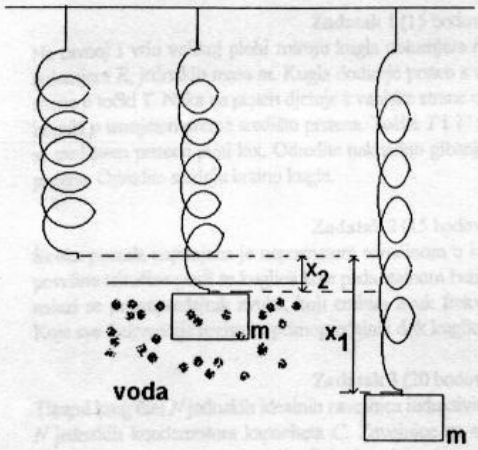
frekvencija, $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{g}{l}}$ [1],

$$T_{opruge}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = T_{njihala}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow$$

konstanta elastičnosti opruge, $k=\frac{mg}{l}$ [2] (6 bodova)

Nepoznatu masu utega, m, odredit ćemo tako da izmjerimo produljenje opruge s utegom u zraku, x_1, i u vodi, x_2, (vidi sliku 2), nadalje vrijedi
$m\cdot g= k\cdot x_1$ i $(m-V\cdot\rho_{vode})\cdot g=k\cdot x_2$. Obujam nepoznate mase V izmjeri se menzurom.
Dijeljenjem ove dvije relacije i sređivanjem dobivamo,

$$m=\frac{V\cdot\rho_{vode}}{1-\frac{x_2}{x_1}}$$ [3] (8 bodova)



b) Izmjeriti duljinu matematičkog njihala kada je $T_{opruge}=T_{njihala}$ i odredi frekvencija pomoću relacije [1],

$$f=\frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{g}{l}}$$ (6 bodova)

c) Izmjeriti x_1, x_2 i izračunati masu pomoću relacije [3],

$$m=\frac{V\cdot\rho_{vode}}{1-\frac{x_2}{x_1}},$$

a potom pomoću relacije [2] izračunati konstantu elastičnosti opruge

$$k=\frac{mg}{l}$$ (10 bodova)